Applications du Logarithme Népérien

Applications de la fonction logarithme népérien

Exercice : Modélisation de la Décroissance Radioactive Un laboratoire étudie la décroissance d'une substance radioactive. Au temps $t=0$, la quantité initiale de la substance est de 100 grammes. On sait que la constante de désintégration de cette substance est de $\lambda = 0.02$ par an.

Questions

1. Quelle est la formule permettant de calculer la quantité $N(t)$ de la substance radioactive restante après un temps t (en années) ?
2. Quelle est la quantité de substance radioactive restante après 10 ans ? Donnez la réponse arrondie à deux décimales.
3. Calculer le temps de demi-vie de cette substance radioactive. Donner la réponse arrondie à deux décimales.
4. À partir de quel temps la quantité de substance radioactive restante est-elle inférieure à 20 grammes ? Donner la réponse arrondie à deux décimales.
5. Déterminer le taux de décroissance annuel en pourcentage.

Corrigé

Question 1

La formule de la décroissance radioactive est donnée par : $N(t)=N_0e^{-\lambda t}$, où N_0 est la quantité initiale et λ est la constante de désintégration. Dans ce cas, $N_0=100$ grammes et $\lambda=0.02$ par an. Donc, $N(t)=100e^{-0.02t}$.

Question 2

Pour calculer la quantité restante après 10 ans, on substitue $t=10$ dans la formule : $N(10)=100e^{-0.02.10}=100e^{-0.2}\approx100.0.8187\approx81.87g$.

Question 3

Le temps de demi-vie $t_{\frac{1}{2}}$ est donné par la formule : $t_{\frac{1}{2}}=\frac{\ln(2)}{\lambda}$. Dans ce cas, $t_{\frac{1}{2}}=\frac{\ln(2)}{0.02}\approx\frac{0.6931}{0.02}\approx34.66$ ans.

Question 4

On cherche le temps t tel que $N(t)<20$. Donc, $100e^{-0.02t}<20$. On divise par 100 : $e^{-0.02t}<0.2$. On prend le logarithme népérien des deux côtés : $-0.02t<\ln(0.2)$. On divise par -0.02 (et on inverse le sens de l'inégalité) : $t>\frac{\ln(0.2)}{-0.02}\approx\frac{-1.6094}{-0.02}\approx80.47$ ans.

Question 5

Le taux de décroissance annuel en pourcentage est donné par $\lambda.100\%$. Dans ce cas, $0.02.100\%=2\%$.

From:
https://www.wikiprof.fr/ - **wikiprof.fr**

Permanent link:
https://www.wikiprof.fr/doku.php?id=exercices:lycee:general:terminale_generale:mathematiques:applications_du_logarithme_neperien&rev=1752171564

Last update: **2026/08/15 12:57**