Applications du Logarithme Népérien

Énoncé : Un échantillon initial de 100g de carbone-14, un isotope radioactif utilisé pour la datation au carbone, est étudié. Le carbone-14 se désintègre selon la loi de décroissance radioactive : $N(t)=N_0e^{-\lambda t}$, où $N(t)$ est la quantité de carbone-14 restante après un temps t, N_0 est la quantité initiale, et λ est la constante de désintégration. On sait que la demi-vie du carbone-14 est de 5730 ans.

Questions

1. Déterminez la valeur de la constante de désintégration λ en années^{-1}.
2. Quelle quantité de carbone-14 restera après 1000 ans ?
3. Après combien de temps la quantité de carbone-14 sera-t-elle réduite à 25% de sa quantité initiale ?
4. Exprimez le temps en fonction de la quantité restante $N(t)$ et de la constante de désintégration λ.
5. Si un artefact contient 10g de carbone-14, quel est son âge estimé, en supposant qu'il n'y a pas eu d'apport supplémentaire de carbone-14 depuis sa formation ?

Corrigé

Question 1

La demi-vie $t_{\frac{1}{2}}$ est le temps nécessaire pour que la quantité de substance soit réduite de moitié. Donc, $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right)=\frac{1}{2}N_0$. On a : $\frac{1}{2}N_0=N_0e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$ $\frac{1}{2}=e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$ En prenant le logarithme népérien des deux côtés : $lnleft\left(\frac{1}{2}\rightarrow\right)=-\lambda t_{\frac{1}{2}}$ $\lambda=-lnleft\left(frac\ \frac{1}{2}\rightarrow\right)t_{\frac{1}{2}}=\frac{\ln(2)}{t_{\frac{1}{2}}}$ Avec $t_{\frac{1}{2}}=5730$ ans : $\lambda=\frac{\ln(2)}{5730}\approx1.2097times10^{-4}textannées^{-1}$

Question 2

On utilise la formule de décroissance radioactive : $N(t)=N_0e^{-\lambda t}$ Avec $N_0=100$ g, $t=1000$ ans, et $\lambda\approx1.2097times10^{-4}$ années^{-1} :

$N(1000)=100e^{-1.2097times10^{-4}times1000}\approx100e^{-0.12097}\approx100times0.8869\approx88.69textg$

Question 3

On veut trouver t tel que $N(t)=0.25N_0=\frac{1}{4}N_0$. $\frac{1}{4}N_0=N_0e^{-\lambda t}$ $\frac{1}{4}=e^{-\lambda t}$ En prenant le logarithme népérien des deux côtés : $lnleft(\frac{1}{4}\rightarrow)=-\lambda t$ $t=-lnleft(frac\ \frac{1}{4}\rightarrow)\lambda=\frac{\ln(4)}{\lambda}=\frac{2\ln(2)}{\lambda}$ Avec $\lambda\approx1.2097times10^{-4}$ années^{-1} : $t\approx\frac{2\ln(2)}{1.2097times10^{-4}}\approx\frac{1.3863}{1.2097times10^{-4}}\approx11460textans$ Note : $t=2t_{\frac{1}{2}}=2times5730=11460$ ans.

Question 4

On part de $N(t)=N_0e^{-\lambda t}$ et on prend le logarithme népérien des deux côtés :

$\ln(N(t))=\ln(N_0e^{-\lambda t})=\ln(N_0)+\ln(e^{-\lambda t})=\ln(N_0)-\lambda t$ $\lambda t=\ln(N_0)-\ln(N(t))=lnleft(\frac{N_0}{N(t)}\rightarrow)$

$t=\frac{1}{\lambda}lnleft(\frac{N_0}{N(t)}\rightarrow)$

Question 5

On a $N(t)=10$g, $N_0=100$g, et $\lambda\approx1.2097times10^{-4}$ années^{-1}.

$t=\frac{1}{\lambda}lnleft(\frac{N_0}{N(t)}\rightarrow)=\frac{1}{1.2097times10^{-4}}lnleft(\frac{100}{10}\rightarrow)=\frac{1}{1.2097times10^{-4}}\ln(10)$

$t\approx\frac{2.3026}{1.2097times10^{-4}}\approx19036textans$

From:
https://www.wikiprof.fr/ - **wikiprof.fr**

Permanent link:
https://www.wikiprof.fr/doku.php?id=exercices:lycee:general:terminale_generale:mathematiques:applications_du_logarithme_neperien&rev=1752169222

Last update: **2026/08/15 12:58**