Polynômes du Second Degré

Prérequis

Pour aborder l'étude des polynômes du second degré, il est essentiel de maîtriser les compétences suivantes acquises en classes précédentes :

- **Calcul littéral :** Développement et simplification d'expressions algébriques, notamment en utilisant la distributivité et l'identité remarquable $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.
- **Résolution d'équations du premier degré :** Savoir isoler une inconnue dans une équation linéaire.
- **Notions de fonctions :** Comprendre la notion de variable, d'image et d'antécédent.
- **Représentation graphique :** Être capable de tracer une droite à partir de son équation et lire des valeurs graphiques.
- **Système de coordonnées :** Connaître le plan cartésien et les coordonnées d'un point.

Ce cours s'inscrit dans le chapitre consacré aux fonctions du second degré, après l'étude des fonctions linéaires et avant l'exploration des fonctions plus complexes. Il constitue une base solide pour les chapitres suivants sur les inéquations et les applications des polynômes.

Comprendre les Polynômes du Second Degré

Définition et Forme Canonique

Un **polynôme du second degré** est une expression algébrique de la forme :

$$P(x)=ax^2+bx+c$$

où **a**, **b** et **c** sont des nombres réels, avec **a** ≠ 0. **x** est la variable.

- **a** est le **coefficient du terme en** x^2. Il détermine la concavité de la parabole représentant le polynôme.
- **b** est le **coefficient du terme en *x***.
- **c** est le **terme constant**. Il représente l'ordonnée à l'origine (l'image de 0).
- **Exemple :** $P(x)=2x^2-3x+1$ est un polynôme du second degré avec $a=2$, $b=-3$ et $c=1$.

Représentation Graphique : La Parabole

La représentation graphique d'un polynôme du second degré est une **parabole**. La parabole est une courbe symétrique par rapport à une droite verticale appelée **axe de symétrie**. Le point d'intersection de la parabole avec son axe de symétrie est appelé le **sommet**.

La concavité de la parabole dépend du signe de **a** :

- Si **a** > 0, la parabole est tournée vers le haut (concave).
- Si **a** < 0, la parabole est tournée vers le bas (convexe).

Racines d'un Polynôme du Second Degré

Les **racines** d'un polynôme du second degré sont les valeurs de **x** pour lesquelles $P(x)=0$. Graphiquement, ce sont les abscisses des points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses.

Un polynôme du second degré peut avoir :

- **Deux racines distinctes :** La parabole coupe l'axe des abscisses en deux points.
- **Une racine double :** La parabole est tangente à l'axe des abscisses.
- **Aucune racine réelle :** La parabole ne coupe pas l'axe des abscisses.

Résolution d'Équations du Second Degré

Pour trouver les racines d'un polynôme du second degré, on résout l'équation $ax^2+bx+c=0$. On utilise pour cela le **discriminant**, noté Δ (delta) :

$$\Delta=b^2-4ac$$

En fonction du signe de Δ, on a :

- Si Δ > 0, l'équation a deux racines réelles distinctes :

$$x_1=\frac{\left(-b-\sqrt{\Delta}\right)}{(2a)} \text{ et } x_2=\frac{\left(-b+\sqrt{\Delta}\right)}{(2a)}$$

- Si Δ = 0, l'équation a une racine double :

$$x=\frac{(-b)}{(2a)}$$

- Si Δ < 0, l'équation n'a pas de racine réelle.
- **Exemple :** Résolvons l'équation $x^2-5x+6=0$.

$$a=1,\ b=-5,\ c=6$$

$$\Delta=(-5)^2-4.1.6=25-24=1$$

Comme Δ > 0, l'équation a deux racines réelles distinctes :

$$x_1=\frac{\left(-(-5)-\sqrt{1}\right)}{(2.1)}=\frac{(5-1)}{(2)}=2$$

$$x_2=\frac{\left(-(-5)+\sqrt{1}\right)}{(2.1)}=\frac{(5+1)}{(2)}=3$$

Résumé

- Un **polynôme du second degré** est de la forme $P(x)=ax^2+bx+c$, avec $a\neq 0$.
- La représentation graphique d'un polynôme du second degré est une **parabole**.
- Le **discriminant** est $\Delta=b^2-4ac$.
- Si $\Delta>0$, l'équation $ax^2+bx+c=0$ a deux racines réelles distinctes : $x_1=\frac{\left(-b-\sqrt{\Delta}\right)}{(2a)}$ et $x_2=\frac{\left(-b+\sqrt{\Delta}\right)}{(2a)}$.
- Si $\Delta=0$, l'équation a une racine double : $x=\frac{(-b)}{(2a)}$.
- Si $\Delta<0$, l'équation n'a pas de racine réelle.

From:
https://www.wikiprof.fr/ - **wikiprof.fr**

Permanent link:
https://www.wikiprof.fr/doku.php?id=cours:lycee:generale:premiere_generale:mathematiques:polynome_second_degre&rev=1778280818

Last update: **2026/08/15 12:55**